

Rys.4. Rozkład pola magnetycznego wzdłuż prostej $y = 6$ m, tzn. przechodzącej przez środek przewodu dwuwarstwowego

LITERATURA

1. K o w a l c z y k D.: *Mathematica*. Wyd. Lynx-SFT, Warszawa 1997.
2. K r a k o w s k i M.: *Elektrotechnika teoretyczna. Tom 2. Pole elektromagnetyczne*. WN PWN, Warszawa 1995.
3. K r a k o w s k i M.: *Obwody ziemnowrotne*. WNT, Warszawa 1979.

Prof.dr hab.inż. Bernard BARON
Dr hab.inż. Zygmunt PIĄTEK
POLITECHNIKA ŚLĄSKA
Wydział Elektryczny
Instytut Elektrotechniki Teoretycznej i Przemysłowej
ul. Akademicka 10
44-100 GLIWICE

Mgr inż. Joanna KOLAŃSKA
POLITECHNIKA OPOLSKA
Wydział Elektrotechniki i Automatyki
ul. Sosnkowskiego 31
45-076 OPOLE

Mgr inż. Krzysztof KALETA
Będziński Zakład Elektroenergetyczny S.A.
ul. Małobądzka 141
42-500 BĘDZIN



BERNARD BARON, ZYGMUNT PIĄTEK
POLITECHNIKA ŚLĄSKA, POLSKA

KRZYSZTOF KALETA, MACIEJ SOŁTYSIK
BĘDZIŃSKI ZAKŁAD ELEKTROENERGETYCZNY S.A.

IMPEDANCJA OBWODU ZIEMNOWROTNEGO PRZEWODU
DWUWARSTWOWEGO NAD ZIEMIĄ

IMPEDANCE OF A CIRCUIT WITH GROUND RETURN
FOR A TWO-LAYER OVERHEAD CONDUCTOR

Abstract

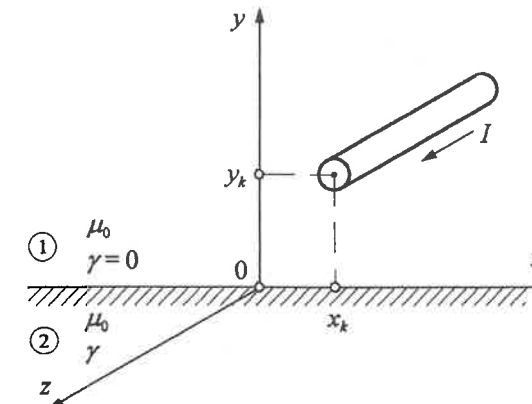
The impedance of a circuit with ground return for a two-layer overhead conductor is represented as the total of external and internal impedances.

The external impedance is determined using the vector magnetic potential to compute the induced electric field strength. The internal impedance of the conductor is determined using the solution of the Helmholtz's equation for electric field strength.

Finally a computer simulation in Delphi of the discussed question is presented.

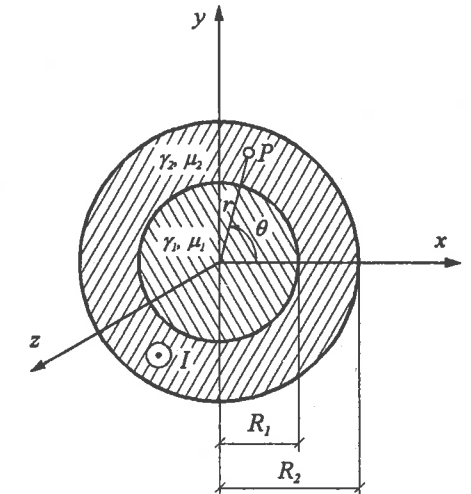
1. WSTĘP

Obwód ziemnowrotny składa się z przewodu dwuwarstwowego umieszczonego na wysokości y_k nad ziemią – rys.1. Prąd I w przewodzie wraca przez ziemię do źródła.



Rys.1. Obwód ziemnowrotny

Przewód walcowy jest dwuwarstwowym z rdzeniem o promieniu R_1 i kondukcyjności γ_1 oraz z warstwą zewnętrzną o promieniach R_1 oraz R_2 i kondukcyjności γ_2 - rys.2.



Rys.2. Przewód dwuwarstwowo z prądem I

W przewodzie wymuszony jest prąd sinusoidalnie zmienny o pulsacji ω i wartości zespolonej prądu I .

Impedancja pętli ziemnowrotnej jest równa sumie impedancji zewnętrznej Z_z oraz impedancji wewnętrznej przewodu Z_w . Zatem impedancja pętli ziemnowrotnej na jednostkę długości

$$Z = Z_z + Z_w. \quad (1)$$

Kolejno zostaną wyznaczone te dwie impedancje oraz impedancja całkowita.

2. IMEDANCJA ZEWNĘTRZNA

Impedancję zewnętrzną Z_z na jednostkę długości pętli ziemnopowrotnej wyznacza się zakładając, że przewód w obwodzie ziemnopowrotnym z rys.1 jest nieskończenie długi. Wtedy wektorowy potencjał magnetyczny w obszarze „1” nad ziemią określony jest [1] wzorem

$$A_1(x, y) = \frac{\mu_0 I}{\pi} \left[\frac{1}{4} \ln \frac{(x-x_k)^2 + (y+y_k)^2}{(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2} + Q_1 \right], \quad (2)$$

gdzie funkcja Q_1 określona jest wzorem

$$Q_1(p, q) = \int_0^\infty \frac{e^{-pu} \cos qu}{u + \sqrt{u^2 + j}} du, \quad (3)$$

w którym

$$\left. \begin{aligned} p &= \alpha (y + y_k), \\ q &= \alpha (x - x_k) \\ \alpha &= \sqrt{\omega \mu_0 \gamma} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Impedancję zewnętrzną przewodu określa się (wzór (8.76) z pracy [4] – str. 168) następującym wzorem:

$$Z_z = -\frac{c}{I} \int E_{inl} \cdot dl, \quad (5)$$

gdzie E_{in} jest natężeniem indukowanego pola elektrycznego wskutek zmian czasowych zewnętrznego pola magnetycznego, zaś drogą całkowania jest linia C znajdująca się na powierzchni przewodu.

Natężenie indukowanego pola elektrycznego (dla $A_1 = 1_z A_1$)

$$E_{inl} = -j \omega A_1 = -j \omega A_1 1_z = E_{inlz} 1_z, \quad (6)$$

skąd po podstawieniu wzoru (2) otrzymuje się

$$E_{inlz}(x, y) = -\frac{\omega \mu_0 I}{\pi} \left[Q(p, q) + \frac{j}{4} \ln \frac{(x-x_k)^2 + (y+y_k)^2}{(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2} \right], \quad (7)$$

gdzie funkcja

$$Q(p, q) = j Q_1(p, q) = j \int_0^\infty \frac{e^{-pu} \cos qu}{u + \sqrt{u^2 + j}} du, \quad (7a)$$

tzn. funkcja ta określona jest wzorem podanym przez M. Krakowskiego w pracy [4] (wzór (9.137), str. 207).

Podstawiając do wzoru (7a) za

$$\left. \begin{aligned} \cos qu &= \frac{1}{2} (e^{jq u} + e^{-jq u}) \\ \frac{1}{u + \sqrt{u^2 + j}} &= -j (\sqrt{u^2 + j} - u) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

otrzymuje się funkcję Q wyrażoną wzorem

$$Q(p, q) = \frac{1}{2} \left[\int_0^\infty (\sqrt{u^2 + j} - u) e^{-su} du \Big|_{s=p-jq} - \int_0^\infty (\sqrt{u^2 + j} - u) e^{-su} du \Big|_{s=p+jq} \right] \quad (9)$$

Dla $Re\{s\} = p > 0$ całka we wzorze (9) jest transformata Laplace'a funkcji podcałkowej, tzn.

$$\int_0^\infty (\sqrt{u^2 + j} - u) e^{-su} du = \mathcal{L}\{\sqrt{u^2 + j} - u\} = \mathcal{L}\{\sqrt{u^2 + j}\} - \mathcal{L}\{u\}. \quad (10)$$

Transformata

$$\mathcal{L}\{u\} = \frac{1}{s^2}, \quad (10a)$$

zaś transformata (Mathematica 3.0)

$$\mathcal{L}\{\sqrt{u^2 + j}\} = -\frac{1 + \mathcal{G}_0(\sqrt{j} s)}{s^2} + \frac{1}{12s^2} \left[12 - 3(-1)^{\frac{3}{4}} \pi s \mathcal{G}_1\left[(-1)^{\frac{1}{4}} s\right] + 4(-1)^{\frac{3}{4}} s^3 \text{HypergeometricPFQ}\left[\{1\}, \left\{\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right\}, -\frac{js^2}{4}\right] + 6(-1)^{\frac{1}{4}} s \mathcal{G}_1\left[(-1)^{\frac{1}{4}} s\right] \ln 4 - 12(-1)^{\frac{1}{4}} s \mathcal{G}_1\left[(-1)^{\frac{1}{4}} s\right] \ln s \right] - \frac{j}{2s^2} \left[-4(-1)^{\frac{3}{4}} + 2(-1)^{\frac{3}{4}} \mathcal{G}_0(\sqrt{j} s) - 2j \text{EulerGamma} \sqrt{j} s \mathcal{G}_1(\sqrt{j} s) + 2(-1)^{\frac{3}{4}} \text{EulerGamma} \sqrt{j} s \mathcal{G}_1(\sqrt{j} s) + 2(-1)^{\frac{1}{4}} \pi \sqrt{j} s \mathcal{G}_1(\sqrt{j} s) - (-1)^{\frac{3}{4}} \pi \sqrt{j} s \mathcal{G}_1(\sqrt{j} s) - 2(-1)^{\frac{3}{4}} \sqrt{j} s \mathcal{G}_1(\sqrt{j} s) \ln 2 + (-1)^{\frac{3}{4}} \sqrt{j} s \mathcal{G}_1(\sqrt{j} s) \ln(j s^2) \right] \quad (10b)$$

Zgodnie ze wzorem (5) i przyjęciu, że $2y_k \gg R_2$, impedancja zewnętrzną przewodu na jednostkę długości wyraża się wzorem

$$Z_z = -\frac{E_{inlz}(x_k, y_k - R_2)}{I} = \frac{\omega \mu_0}{\pi} \left[Q(2\alpha y_k, 0) + \frac{j}{2} \ln \frac{2y_k}{R_2} \right] \quad (11)$$

3. IMPEDANCJA WEWNĘTRZNA

Natężenia pól elektrycznych w przewodzie dwuwarstwowym wyznacza się w oparciu o zadany prąd I . W pracy [2] autorzy wykazali, że pola te zależą od zmiennej r walcowego układu współrzędnych i dane są następującymi wzorami:

$$E_1(r) = 1_z E_1(r) = 1_z I C_1 \mathcal{J}_0(\beta_1 r), \quad (12)$$

gdzie $\beta_1 = \sqrt{-j \omega \mu_1 \gamma_1}$,

$$E_2(r) = 1_z E_2(r) = 1_z I [C_2 \mathcal{J}_0(\beta_2 r) + C_3 \mathcal{N}_0(\beta_2 r)], \quad (12a)$$

gdzie $\beta_2 = \sqrt{-j \omega \mu_2 \gamma_2}$.

Stałe C_1, C_2 i C_3 otrzymuje się z następującego układu równań:

$$\begin{bmatrix} \mathcal{J}_0(\beta_1 R_1) & -\mathcal{J}_0(\beta_2 R_1) & -\mathcal{N}_0(\beta_2 R_1) \\ -\frac{\gamma_1}{\beta_1} \mathcal{J}_0'(\beta_1 R_1) & \frac{\gamma_2}{\beta_2} \mathcal{J}_0'(\beta_2 R_1) & \frac{\gamma_2}{\beta_2} \mathcal{N}_0'(\beta_2 R_1) \\ 0 & \frac{\gamma_2}{\beta_2} \mathcal{J}_0'(\beta_2 R_2) & \frac{\gamma_2}{\beta_2} \mathcal{N}_0'(\beta_2 R_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2\pi R_2 \end{bmatrix} \quad (12b)$$

Impedancja wewnętrzna odcinka przewodu jest równa ilorazowi wartości zespolonej napięcia wzdłuż linii znajdującej się na powierzchni tego odcinka przez wartość zespoloną prądu w przewodzie (praca [4], wzór (8.77), str. 167):

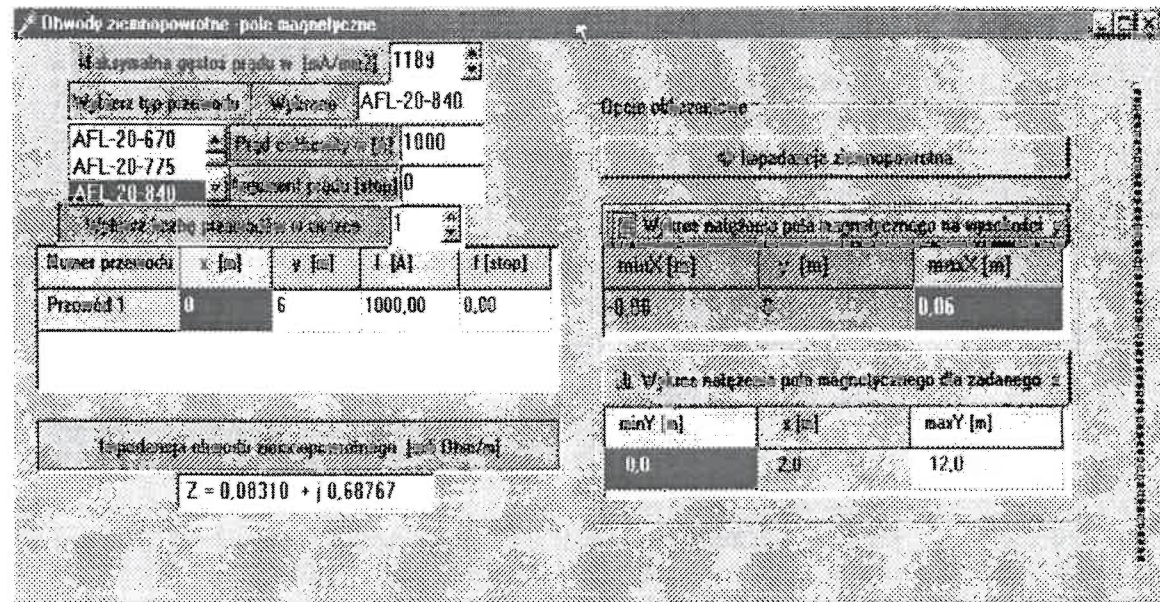
$$Z_{wl} = \frac{\int E_2(r = R_2) \cdot dl}{I} \quad (13)$$

Zatem impedancja wewnętrzna na jednostkę długości przewodu

$$Z_w = C_2 \mathcal{J}_0(\beta_2 R_2) + C_3 \mathcal{N}_0(\beta_2 R_2) \quad (13a)$$

4. ZAKOŃCZENIE

Do wyznaczania pola magnetycznego przewodu nad ziemią opracowano projekt a Delphi – rys.3



Rys.3. Formularz symulatora cyfrowego do wyznaczania impedancji obwodu ziemnowrotnego

Do obliczeń numerycznych wybrano kilka typów przewodu dwuwarstwowego, a wyniki obliczeń przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1: Impedancja obwodu ziemnowrotnego

	Typ przewodu	Impedancja w $m\Omega \cdot m^{-1}$
1	AFL - 20 - 670	0,09171 + j 0,69503
2	AFL - 20 - 840	0,08310 + j 0,68767
3	AFL - 8 - 350	0,12823 + j 0,71249
4	AFL - 8 - 525 linia 400 kV	0,10357 + j 0,70020
5	AFL - 6 - 25	1,18235 + j 0,82786
6	AFL - 6 - 240	0,16817 + j 0,72463
7	AFL - 1,7 - 50 linka odgromowa	0,61650 + j 0,78787

10 x 2
8

LITERATURA

1. Baron B., Piątek Z.: *Pole magnetyczne przewodu nad ziemią*. XXIV SPETO'2001, Gliwice – Ustroń 2001.
2. Baron B., Piątek Z., Umińska-Bortliczek M.: *Symulacja komputerowa pola elektromagnetycznego w przewodach o symetrii obrotowej*. V ZKwE, Poznań – Kiekrz 2000.
3. Kowalczyk D.: *Mathematica*. Wyd. Lynx-SFT, Warszawa 1997.
4. Krakowski M.: *Elektrotechnika teoretyczna. Tom 2. Pole elektromagnetyczne*. WN PWN, Warszawa 1995.
5. Krakowski M.: *Obwody ziemnowrotne*. WNT, Warszawa 1979.

Prof.dr hab.inż. Bernard Baron
Dr hab.inż. Zygmunt Piątek
Politechnika Śląska
Wydział Elektryczny
ul. Akademicka 10
44-100 GLIWICE

Mgr inż. Krzysztof Kaleta
Mgr inż. Maciej Sołtysik
Będziński Zakład Elektroenergetyczny S.A.
ul. Małobądzka 141
42-500 BĘDZIN